Mercredi 24 septembre 2014 1°S_3

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

I/ Inéquation. *(3 points)*

Résoudre dans **R** l'inéquation suivante : $\frac{4x+3}{x^2-4} \leq 3$

II/ Factorisations. *(4 points)*

Soit m un nombre réel et P le polynôme défini sur **R** par : $P(x) = 2x^3 + 9x^2 + 7x + m$.

1°) Déterminer la valeur de m pour laquelle $P(-2) = 0$.

2°) On suppose ici que m = -6, factoriser $P(x)$ au maximum et résoudre l'équation $P(x) = 0$.

3°) On suppose ici que m = 0, factoriser $P(x)$ au maximum et résoudre l'équation $P(x) = 0$.

III/ Discriminant réduit. *(4 points)*

Soit a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et (E) l'équation : $ax^2 + bx + c = 0$.
On note $\Delta = b^2 - 4ac$.
On suppose de plus que b est un entier pair, on peut donc écrire : $b = 2b'$.

1°) On note : $\Delta' = b'^2 - ac$ (appelé discriminant réduit).
Exprimer Δ en fonction de Δ'.

2°) En utilisant les formules du cours utilisant a, b, c et Δ, déterminer de « nouvelles formules » de résolution de (E) utilisant a, b', c et Δ'. (Distinguer 3 cas)

2°) Appliquer cette méthode du « discriminant réduit » à la résolution de l'équation suivante :
$3x^2 + 14x - 5 = 0$.

…/…

IV/ <u>Alignement avec coordonnées.</u> *(4 points)*

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Soient les points : A(2 ; 1), B(-1 ; 3) et C(-2 ; -2).

1°) Déterminer les coordonnées des points D, I et J tels que :
- D est le point du plan tel que ABCD soit un parallélogramme
- I est le milieu de [AB]
- $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2°) Démontrer que les points D, I et J sont alignés.

Remarque : La figure n'est pas demandée mais elle peut servir à vérifier ses résultats…

V/ <u>Alignement sans coordonnées.</u> *(5 points)*

Soit un parallélogramme ABCD, avec AB = 4, AD = 6 et BD = 5 (en centimètres)
On note E le milieu de [DC], F le symétrique de A par rapport à B et on définit les point G et H par :

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BD}$$

1°) Faire une figure.

2°) Exprimer $\overrightarrow{EF}$ puis $\overrightarrow{EG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
En déduire que les points E, F et G sont alignés.

3°) Démontrer de même que les points A, G et H sont alignés.