Mercredi 15 octobre 2014 1°S_3

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

I/ Inéquation. *(2,5 points)*

Résoudre dans **R** l'inéquation suivante : $\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{2}{1+x}\leq\dfrac{3}{x+2}$

II/ Valeurs absolues. *(1,5 points)*

Soit (E) l'équation : $|x – 3| = |x + 2|$.

1°) Interpréter géométriquement $|x – 3|$ et $|x + 2|$.

2°) En déduire une résolution simple de l'équation (E).

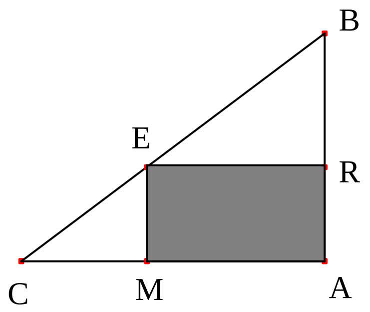
III/ Systèmes. *(4,5 points)*

Résoudre les systèmes suivants :

1°) $\begin{cases} 4x^2+|y-1|=11 \\ 2x^2-3|y-1|=-5 \end{cases}$ (On pourra effectuer deux changements de variables)

2°) $\begin{cases} x+y-z=-2 \\ 2x+y+2z=0 \\ -x+2y+3z=4 \end{cases}$

IV/ Second degré. *(3,5 points)*



Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : AB = 3 et AC = 4,
et M un point de [AC]. On note : CM = x.
On place E sur [BC] et R sur [AB] tels que MARE soit un rectangle.

1°) À quel intervalle appartient x ?

2°) Exprimer MA et ME en fonction de x.

3°) Démontrer que l'aire du rectangle MARE peut s'écrire : $A(x) = -\dfrac{3}{4}x^2 + 3x$.

4°) Déterminer la position du point M pour que l'aire du rectangle MARE soit maximale.

…/…

V/ <u>Géométrie</u> *(8 points)*

Soit un triangle ABC et les points I, J, K tels que :

- I milieu de [BC]
- $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

On souhaite démontrer de deux manières différentes que (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes.

Partie A – Sans coordonnées

On note E le point tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AI}$

1°) Exprimer $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
En déduire que B, J et E sont alignés.

2°) Démontrer de même que C, K et E sont alignés.

Partie B – Avec coordonnées

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Soient les points A(6 ;3), B(-2 ; 4), C(-1 ; -3).

1°) Déterminer les coordonnées des points I, J, K.

2°) Déterminer une équation cartésienne des droites (AI) et (BJ).
En déduire les coordonnées de leur point d'intersection E.

3°) Démontrer que (CK) passe par E.

Dans cet exercice les figures ne sont pas exigées, mais il est conseillé de les faire au brouillon pour vérifier ses résultats…