Mercredi 19 novembre 2014 $1°S_3$

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(2 points)*

Déterminer la mesure principale des angles suivants :

$$\alpha = \frac{137\pi}{8} \quad \text{et} \quad \beta = -\frac{2014\pi}{3}.$$

Exercice 2 *(3 points)*

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{7\pi}{12}, \ (\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DA}) = -\frac{\pi}{4} \ \text{et} \ (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{5\pi}{6}.$$

1°) Déterminer les mesures principales des angles

$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DA})$, $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB})$ et $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{BC})$.

2°) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.

3°) Que peut-on en déduire pour les points A, B et C ?

Exercice 3 *(3 points)*

Déterminer la valeur de :

$$A = \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) \times \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{8}\right) \times \sin\left(\frac{9\pi}{8}\right).$$

Remarque : On ne cherchera pas à calculer les valeurs des cosinus et sinus figurant dans l'expression de A.

Exercice 4 *(2 points)*

Etudier la parité éventuelle des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{|x^2 - 4x|}{4x + 1} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 4}.$$

Exercice 5 *(6 points)*

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = |x^2 - 4| + |2x - x^2|$.

1°) Calculer les images de 0 et $\sqrt{2}$ par f.

2°) Déterminer le signe de $g(x) = x^2 - 4$ et de $h(x) = 2x - x^2$ en fonction de x.

3°) En déduire une expression simplifiée de $f(x)$ sans le symbole valeur absolue, suivant les valeurs de x.
(On pourra présenter le résultat sous forme d'un tableau)

4°) Ecrire la forme canonique du polynôme P défini par : $P(x) = 2x^2 - 2x - 4$.
En déduire le sommet de la parabole d'équation $y = P(x)$ ainsi que celui de la parabole d'équation $y = -P(x)$.

5°) Tracer la courbe (C_f) représentative de f dans un repère orthogonal.
On prendra 1 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 2 unités en ordonnée.

Exercice 6 *(4 points)*

Soit m un nombre réel quelconque et dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ la droite :

$(D_m) : mx + (m + 1)y - 2 = 0$

1°) a) Déterminer les coordonnées du point I, intersection des droites
$(D_1) : x + 2y - 2 = 0$ et $(D_2) : 2x + 3y - 2 = 0$.
b) Démontrer le point I appartient à la droite (D_m), quelque soit la valeur de m.

2°) a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la droite (D_m) est parallèle à un des axes du repère.
b) Pour m différent de ces valeurs, exprimer le coefficient directeur de la droite (D_m) en fonction de m.

Question bonus : Tous les points du plan sont-ils sur une des droites (D_m) ?