

Interrogation de Mathématiques (55 min.)*(Calculatrice autorisée)***Exercice 1** (10 points)

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = (3x^2 - 20x + 45)\sqrt{x}$
 et (C_f) sa courbe représentative.

- 1°) Sachant que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, que peut-on en déduire pour la fonction f et la courbe (C_f) ?
- 2°) Déterminer une expression de sa fonction dérivée $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.
- 3°) Démontrer que sur $]0 ; +\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $P(x)$ où : $P(x) = x^2 - 4x + 3$.
- 4°) En déduire les variations de f sur $]0 ; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.
- 5°) *a)* Tracer la courbe sur votre calculatrice avec le réglage de fenêtre sur le zoom « décimal » ou le zoom « standard ». Recopier ce que vous voyez à l'écran.
b) Proposer un réglage de fenêtre pour voir la courbe sur l'intervalle $[0 ; 4]$ sur votre calculatrice. Indiquer le réglage choisi et recopier ce que vous voyez à l'écran.
- 6°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 4.

Exercice 2 (10 points)

Nicolas vient de recevoir 10 € pour son anniversaire, il souhaite les utiliser pour essayer de gagner plus... Deux choix s'offrent à lui.

1^{er} choix :

Une tombola annonce : « 1 000 tickets à 10 € en vert, dont 500 sont gagnants ! »

La répartition des tickets gagnants est la suivante : 1 ticket gagnant 500 €, 9 tickets gagnant 100 €, 90 tickets gagnant 50 € et 400 tickets gagnant 10 €

2^{ème} choix :

Une loterie annonce : « Pour 10 € vous cochez 5 numéros ». Les gains possibles sont donnés par le tableau suivant :

Nombre de numéros trouvés	1	2	3	4	5
Gain	10 €	20 €	100 €	250 €	2 500 €
Probabilité de gagner	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{2000}$

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique en euros (prix du ticket déduit) correspondant au 1^{er} choix et Y la variable aléatoire égale au gain algébrique en euros (mise déduite) correspondant au 2^{ème} choix.

- 1°) Quelles sont les valeurs prises par X et par Y ?
- 2°) Quelle est la probabilité de perdre ses 10 € dans chacun des cas ?
- 3°) Déterminer les lois de probabilités respectives des variables aléatoires X et Y .
On résumera les résultats dans deux tableaux.
- 4°) A quoi correspondent les événements $(X = 0)$, $(Y = 0)$, $(X > 0)$ et $(Y > 0)$?
- 5°) Déterminer l'espérance mathématique de ces deux variables aléatoires.
Que peut-on en conclure ?