Mercredi 03 février 2016 1°S$_3$

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(5 points)*

Une machine fabrique des pièces de calibre 15. Afin de vérifier la fiabilité de cette machine, on effectue un prélèvement de 500 pièces à la sortie de cette machine, voici la série statistique (x_i ; n_i) obtenue.

x_i : longueur	14,6	14,8	14,9	15,0	15,1	15,2	15,3	15,4
n_i : effectif	3	39	86	143	93	84	43	9

1°) a) Après avoir rappelé les formules, calculer la moyenne $\bar{x}$, la variance v, et l'écart-type σ de la série statistique.

b) Déterminer la médiane Me et les quartiles Q_1 et Q_3. (expliquer)

c) Représenter le diagramme en boîte (« boîte à moustache ») de la série statistique (x_i ; n_i).

2°) On estime que la machine est bien réglée si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- $14,9 < \bar{x} < 15,1$
- $\sigma < 0,2$
- Au moins 95% des valeurs sont dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$

La machine est-elle bien réglée ? (expliquer)

Exercice 2 *(4 points)*

1°) Démontrer que : $\cos \frac{3\pi}{5} = -\sin \frac{9\pi}{10}$.

2°) Résoudre dans **R** puis dans $]-\pi ; \pi]$: $\sin 2x = \sin x$.

Exercice 3 *(3 points)*

Soient les points A(2 ; 1), B(6 ; 3) et C(5 ; –2) dans un repère orthonormal.

1°) Déterminer les valeurs exactes de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, AB et AC.

2°) En déduire une valeur exacte de $\cos(\widehat{BAC})$ puis une valeur approchée de $\widehat{BAC}$ en degré, à 10^{-1} près.

Exercice 4 *(8 points)*

On se place dans un repère orthonormal. Soit le point A(5 ; 6) et le cercle (C) d'équation : $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 3 = 0$.
Le but de l'exercice est de déterminer les tangentes à (C) passant par A.

1°) Le point A appartient-il au cercle (C) ?

2°) Déterminer le centre Ω et le rayon r du cercle (C).
Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

3°) Soit le point B(3 ; 6).

a) Justifier que B appartient au cercle (C).
b) La droite (AB) est-elle tangente à (C) ? (justifier)
c) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
d) En déduire les coordonnées du deuxième point d'intersection B' entre (C) et (AB).

4°) Soit le point D(3 ; 2).

a) Justifier que D appartient au cercle (C).
b) La droite (AD) est-elle tangente à (C) ? (justifier)

5°) Soit (C') le cercle de diamètre [ΩA].

a) Expliquer pourquoi les points d'intersection de (C) et (C') sont les points permettant de tracer les tangentes cherchées.
b) Déterminer une équation du cercle (C').
c) En déduire les coordonnées du deuxième point D' de (C) tel que (AD') soit tangente à (C).