

Interrogation de Spécialité Mathématique (55 min)*(Calculatrice autorisée)**Sujet 1***Exercice 1** (7 points)

Soient a et b deux entiers relatifs et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

1°) Rappeler les deux définitions du cours de : $a \equiv b [n]$.

2°) Démontrer la propriété du cours suivante : Si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$ alors $a + c \equiv b + d [n]$.

3°) Démontrer la propriété du cours suivante : Si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$ alors $a \times c \equiv b \times d [n]$.

4°) Si le reste de la division euclidienne de a par 7 est 2 et que le reste de la division euclidienne de b par 7 est 5, déterminer le reste de la division euclidienne des nombre suivants par 7 :

$$x = a + b \quad y = a \times b \quad z = a^2 + b^2.$$

Parmi eux, lequel est-il divisible par 7 ?

Exercice 2 (2 points)

La différence entre deux entiers naturels est 54. De plus, si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 5 et le reste est 6.

Quels sont ces deux entiers ?

Exercice 3 (4 points)

Déterminer tous les entiers naturels dont la division euclidienne par 15 donne un reste égal au carré du quotient.

Exercice 4 (3 points)

Soit n un entier naturel. En utilisant les congruences, démontrer que :

Si n est impair, alors $5^{2n} + 2^{3n}$ est divisible par 11.

Exercice 5 (4 points)

1°) Soit $N = 1234$ écrit en base 5, écrire N en base 10. (Détailler les calculs)

2°) Soit $N = 987$ écrit en base 10, écrire N en base 8. (Détailler les calculs)

3°) Que signifie, en décimal, « DECA » écrit en hexadécimal ? (Détailler les calculs)

Interrogation de Spécialité Mathématique (55 min)*(Calculatrice autorisée)**Sujet 2***Exercice 1** (7 points)

Soient a et b deux entiers relatifs et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

1°) Rappeler les deux définitions du cours de : $a \equiv b [n]$.

2°) Démontrer la propriété du cours suivante : Si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$ alors $a + c \equiv b + d [n]$.

3°) Démontrer la propriété du cours suivante : Si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$ alors $a \times c \equiv b \times d [n]$.

4°) Si le reste de la division euclidienne de a par 7 est 3 et que le reste de la division euclidienne de b par 7 est 4, déterminer le reste de la division euclidienne des nombre suivants par 7 :

$$x = a + b \quad y = a \times b \quad z = a^2 + b^2.$$

Parmi eux, lequel est-il divisible par 7 ?

Exercice 2 (2 points)

La différence entre deux entiers naturels est 60. De plus, si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 6 et le reste est 5.

Quels sont ces deux entiers ?

Exercice 3 (4 points)

Déterminer tous les entiers naturels dont la division euclidienne par 13 donne un reste égal au carré du quotient.

Exercice 4 (3 points)

Soit n un entier naturel. En utilisant les congruences, démontrer que :

$$\text{Si } n \text{ est impair, alors } 6^{2n} + 2^{3n} \text{ est divisible par 11.}$$

Exercice 5 (4 points)

1°) Soit $N = 4321$ écrit en base 5, écrire N en base 10. (Détailler les calculs)

2°) Soit $N = 789$ écrit en base 10, écrire N en base 8. (Détailler les calculs)

3°) Que signifie, en décimal, « CAFE » écrit en hexadécimal ? (Détailler les calculs)