DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

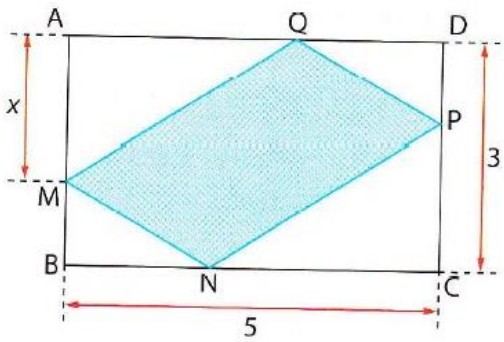
Exercice 1 : (4 points)

1) a) Résoudre dans ℝ l'équation : $2x^2 + 5x + 2 = 0$.
   b) En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation :
   $\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$
2) Résoudre dans ℝ l'équation : $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

Exercice 2 : (5 points)

ABCD est un rectangle tel que AB = 3 cm et BC = 5 cm.
Les points M, N, P, Q appartiennent aux côtés du rectangle et AM = BN = CP = DQ.
On note x la longueur AM (en cm) et $\mathcal{A}(x)$ l'aire de MNPQ (en cm²).

1) Préciser l'ensemble de définition de $\mathcal{A}$.
2) Démontrer que $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 8x + 15$.
3) Peut-on placer M de telle sorte que :
   a) MNPQ ait pour aire 9 cm² ?
   b) MNPQ ait une aire strictement inférieure à 9 cm² ?
4) Dresser le tableau de variation de $\mathcal{A}$. Justifier
5) Quelle est l'aire maximale de MNPQ ? Et son aire minimale ?



Exercice 3 : (3 points)

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = |x| + |2x - 6|$.
1) Ecrire $f(x)$ sans barres de valeur absolue en envisageant les cas $x \leq 0$; $0 \leq x \leq 3$ puis $x \geq 3$.
2) Déterminer le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variation.
3) Démontrer que f admet un minimum sur ℝ. Donner la valeur de ce minimum et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

Exercice 4 : (4 points)

Soit m un nombre réel. On nomme d_m la droite d'équation : $(2m-1)x - my + 3m + 1 = 0$.
1) a) Tracer la droite d_0, obtenue pour $m = 0$.
   b) Tracer d_1, d_2 et d_{-1}.
2) Montrer que toutes les droites d_m passent par un même point I dont on précisera les coordonnées.
3) Existe-t-il des droites d_m :
   a) passant par A(-1 ; 4) ?
   b) de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$?

<u>Exercice 5 :</u> **(4 points)**

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points A(-4 ; 1), B(1 ; -1), C(-2 ; 2) et D(-3 ; 3).
On note I le milieu du segment [AB] et G le point tel que $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (AD), (CI) et (BG) sont concourantes.

1) Justifier que les points B, C et D sont alignés.
2) a) Démontrer que la droite (IC) a pour équation cartésienne $4x + y + 6 = 0$.
   b) Déterminer une équation cartésienne de (AD).
   c) Justifier que les droites (AD) et (IC) sont sécantes en un point K dont on déterminera les coordonnées.
3) Montrer alors que les droites (AD), (CI) et (BG) sont concourantes.