

NOM et Prénom :
Mardi 9 mai 2017 1°S₃

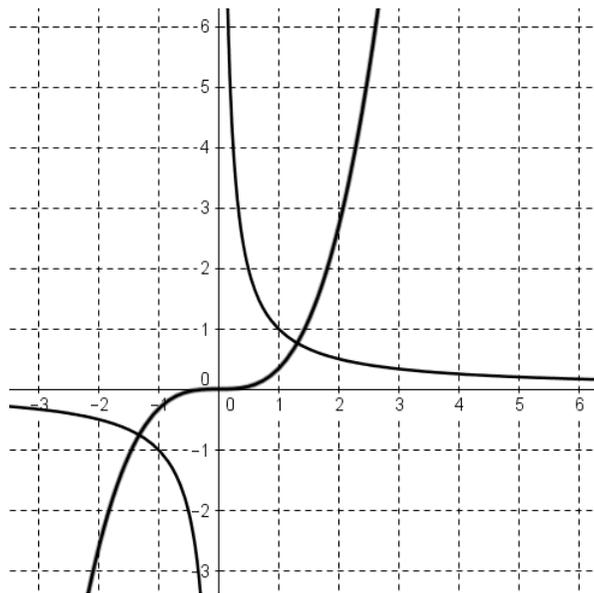
Interrogation de Mathématiques (55 min.)
(Calculatrice autorisée)

I/ Fonctions. (13 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R}^* par : $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x}$
et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1°) On a tracé sur le graphique ci-dessous
les courbes des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = \frac{x^3}{3} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{1}{x}.$$



- Peut-on déterminer les variations de f à partir de celles de g et h ? Justifier.
- Placer sur le graphique ci-dessus, les points de (C_f) d'abscisses : $\frac{1}{2}$, 1 et 2.

2°) Déterminer la parité de f .
Que peut-on en déduire pour sa courbe représentative ?

- Déterminer une expression factorisée de la fonction dérivée f' de f .
- En déduire les variations de f et tracer son tableau de variations.
- Tracer la courbe (C_f) sur le graphique précédent. (sur le sujet)

4°) Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 2.

5°) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $x^4 - x^2 - 1 = 0$. (On pourra poser $X = x^2$)
En déduire l'existence de deux points de (C_f) où la tangente est parallèle à la droite $(\Delta) : y = x$.

II/ Suites. (7 points)

Partie A

Soient P et Q les polynômes définis sur \mathbf{R} par :
 $P(x) = -x^2 + 2x - 2$ et $Q(x) = P(x) - x$.

- Ecrire la forme canonique de $P(x)$.
Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole (C_P) définie par :
 $(C_P) : y = P(x)$ et tracer la courbe (C_P) dans un repère orthonormal.
N.B : Faire figurer : $-5 \leq x \leq 4$ et $-6 \leq y \leq 1$. (unité 1 cm sur chaque axe)
- Déterminer le signe de $Q(x)$ sur \mathbf{R} .

Partie B

Soit u la suite définie sur \mathbf{N} par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = P(u_n)$.

- Tracer sur le graphique de la **Partie A** la droite $(\Delta) : y = x$, puis placer sur l'axe des abscisses, les trois premiers termes de la suite u , en utilisant la courbe (C_P) et en expliquant la méthode utilisée.
- A l'aide de la **Partie A**, déterminer la monotonie de la suite u .
- Calculer la valeur exacte de u_5 .