

Interro de Spécialité Mathématiques (55 min.)
(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (4 points)

Soient les matrices A, B et C suivantes : $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

1°) Calculer, à la calculatrice, $A \times B$, $A \times C$ et $B \times C$.

2°) Parmi les matrices A, B et C, deux d'entre elles sont inverses l'une de l'autre, lesquelles ?

Exercice 2 (3 points)

Pour la rentrée scolaire de sa fille, Jean doit acheter de nouvelles fournitures :

- 3 cahiers 24×32
- 1 gomme
- 5 tubes de colle
- 2 paquets de 50 pochettes transparentes

Jean a le choix entre trois supermarchés situés près de chez lui, il a relevé et inscrit les prix unitaires des articles sans le tableau suivant :

	cahier 24×32	tube de colle	paquet de 50 pochettes transparentes	gomme
Supermarché 1	2,50 €	0,85 €	6,95 €	0,45 €
Supermarché 2	2,25 €	0,75 €	7,35 €	0,55 €
Supermarché 3	2,60 €	0,95 €	7,50 €	0,60 €

1°) Modéliser les prix par une matrice P et les quantités par une matrice Q.

2°) En utilisant ces matrices, calculer à la calculatrice le montant que Jean devra régler dans chaque supermarché. Quel supermarché peut-on lui conseiller de choisir ?

Exercice 3 (5 points)

Voici une capture d'écran effectuée sur une calculatrice :

(On y a effectué un produit de matrices)

1°) Quelle est la taille de la matrice A ?

2°) Déterminer, à la main, les coefficients de la première ligne de la matrice A. (Détailler la méthode utilisée)

3°) Déterminer, à la calculatrice, la matrice B^{-1} .

4°) En déduire, à la calculatrice, la matrice A. (Détailler la méthode utilisée)

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP

[B]

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[A]*[B]

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 13 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & -4 \\ 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

♦

Exercice 4 (4 points)

Résoudre les systèmes suivants à l'aide de matrices : (Détaillez la méthode utilisée)

$$\begin{cases} -3x + 2y = -11,5 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} -x + y = 5 \\ -3x + 4y - 3z = 15 \\ y - z = 2 \end{cases}$$

Exercice 5 (4 points)

Soit a un réel et A la matrice suivante : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$

1°) Calculer, à la main, A^2 puis $2A - A^2$.

2°) En déduire que : $(2I_2 - A) \times A = I_2$.

3°) En déduire que A est inversible et donner l'expression de A^{-1} .