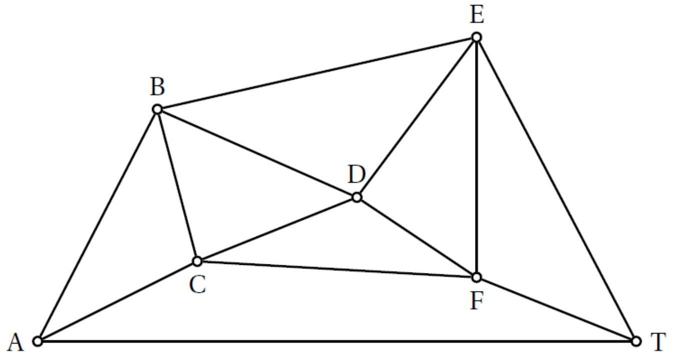
Mardi 28 février 2017 Term ES_1

Interro de Spécialité Mathématiques (1h20)
(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(10 points)*

Partie A

Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées *taxiways*.
Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation (les « taxiways ») et les sommets du graphe sont les intersections.

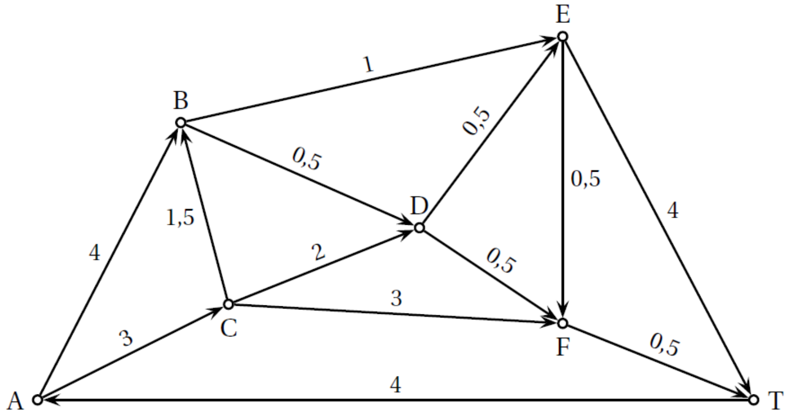


1. Déterminer le nombre de voies de circulation au total.

2. Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que les chasse-neige passent par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route ? Justifier la réponse et donner un tel parcours.

Partie B

Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies ainsi que le temps de parcours pour chacune en minute(s).



1. a. Écrire la matrice M associée à ce graphe (ranger les sommets dans l'ordre alphabétique).

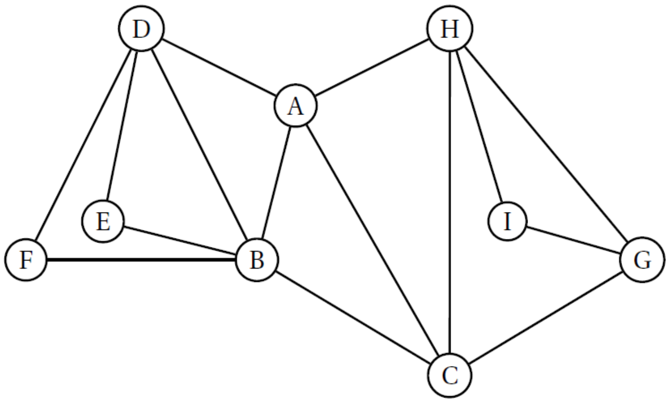
b. Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.

2. L'avion qui a atterri est en bout de piste en A et doit se rendre le plus rapidement possible au terminal situé au point T.
Déterminer l'itinéraire le plus rapide et en donner la durée.

Exercice 2 *(10 points)*

Partie A : Étude d'un graphe

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous.



1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ est complet.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ est connexe.

2. **a.** Donner le degré de chacun des sommets du graphe $\mathscr{G}$.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.

3. **a.** Donner la matrice M associée au graphe $\mathscr{G}$ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

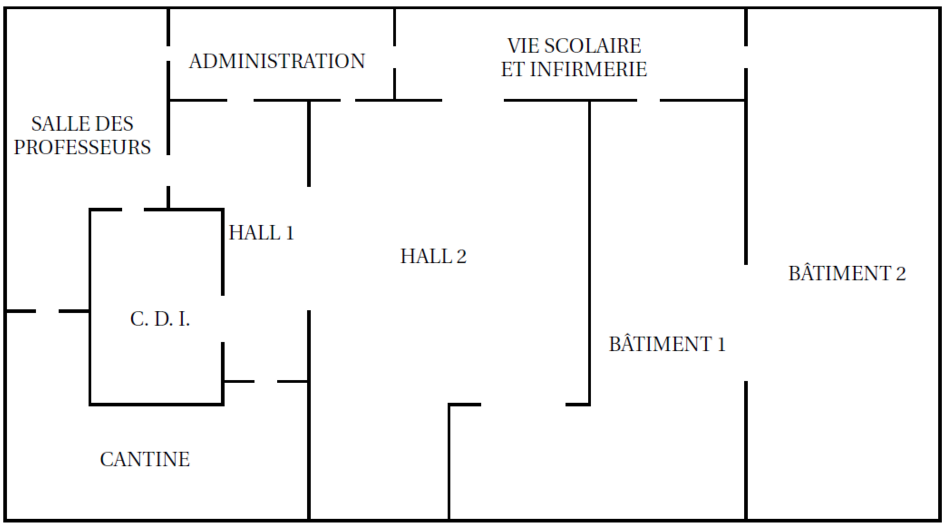
   b. On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   Montrer, par le calcul, que le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3 est égal à 3.

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe $\mathscr{G}$ donné en partie A modélise cette situation.
Recopier et compléter le tableau suivant :

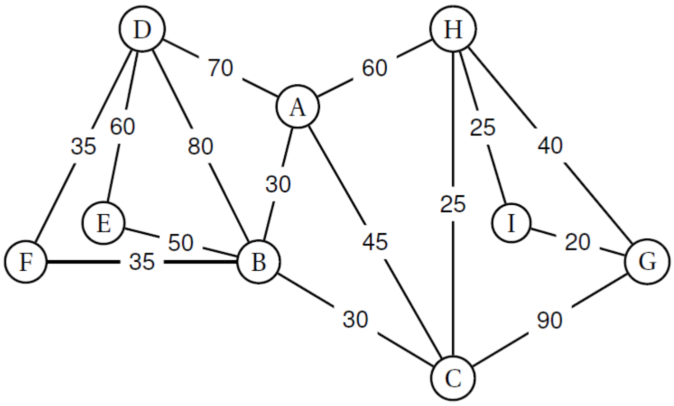
Sommet du graphe $\mathscr{G}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée									

2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.
Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.

3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes.

a. Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux.

b. Sur les arêtes du graphe $\mathscr{G}$ sont indiqués les temps de parcours exprimés en seconde entre deux endroits du lycée.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal.
Déterminer ce temps minimal, exprimé en seconde.