Jeudi 19 janvier 2017 Term S_4

DEVOIR de Mathématiques (2h)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(10 points)*

Patrick a une technique de pêche qui lui permet de n'attraper que des brochets, des truites et des saumons. Mais les poissons attrapés peuvent être petits ou gros !
Il a remarqué que là où il pêche habituellement :

- il a 20 % de chance de pêcher un brochet et 30% de chance de pêcher une truite, le reste étant des saumons.
- il a 15 % de chance de pêcher un gros saumon
- 50 % des truites qu'il pêche sont grosses.
- 60 % des poissons pêchés sont petits.

1°) Soit les événements suivants :

- S : « il a pêché un saumon »
- B : « il a pêché un brochet »
- T : « il a pêché une truite »
- G : « il a pêché un gros poisson »

Que signifie l'événement $\overline{G}$?
Ecrire les cinq valeurs données dans l'énoncé avec les notations précédentes.

2°) Déterminer la probabilité qu'il ait pêché un saumon.
En déduire la probabilité qu'il ait pêché un petit saumon.

3°) Déterminer la probabilité qu'il ait pêché une petite truite.
En déduire la probabilité qu'il ait pêché un petit brochet.

4°) Patrick a pêché un brochet, quelle est la probabilité qu'il soit gros ?

5°) Patrick a pêché un gros poisson, quelle est la probabilité que ce soit un saumon ?

6°) Patrick rejette les petits poissons et vend les gros au tarif suivant :

- 4 € pour un saumon
- 6 € pour une truite
- 7 € pour un brochet

On note X la variable aléatoire égale au prix (en €) du poisson vendu.

a) Justifier que la loi de probabilité de X est la suivante :

x_i	4	6	7
$P(X = x_i)$	0,375	0,375	0,25

b) Déterminer l'espérance mathématique de X, quelle est la signification de ce résultat ?

…/…

<u>Exercice 2</u> *(10 points)*

Partie A

Soit g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = (2x - 1)\, e^{x} - 2$.

1°) Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.

2°) Déterminer les variations de g et dresser son tableau de variations complet.

3°) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur **R**.
Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

4°) En déduire le signe de $g(x)$ sur **R** en fonction de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = \dfrac{e^{x} - 2x}{e^{x} + 1}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour (C_f) ?

2°) Démontrer que $f(\alpha) + 2\alpha - 2 = 0$, en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ de rayon 10^{-2}.
(α étant le réel défini dans la **partie A**)

3°) Démontrer que $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ sur **R**.
En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

4°) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

5°) Tracer la droite (T) et la courbe (C_f) dans un repère orthonormé.