

DEVOIR de Mathématiques (1h50)
(Calculatrice autorisée)

I/ Second degré. (8 points)

Pour tout réel x , on note : $P(x) = 9x^2 - 4 + (3x - 2)(x + 3) - 2(3x - 2)^2$.

- 1°) a) Factoriser $P(x)$.
b) Développer et réduire pour vérifier que $P(x) = -6x^2 + 31x - 18$.

2°) En utilisant l'expression la plus adaptée :

- a) Calculer $P(-1)$, $P(2/3)$ et $P(\sqrt{3})$.
b) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) = 3x - 2$.
c) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) = 31x$.
d) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation : $P(x) = 31x - 36$.
e) Résoudre dans \mathbf{R} l'inéquation : $P(x) > 0$.

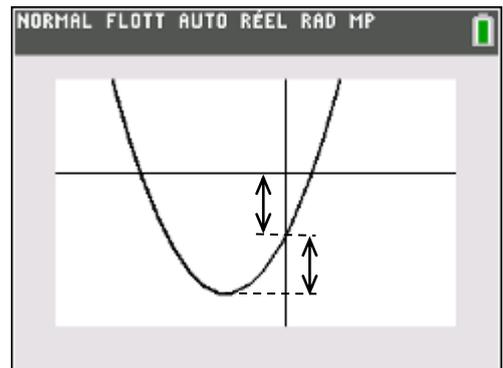
II/ Énigme. (2 points)

Un élève a tracé la courbe de la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x^2 + 4x + c$$

sur sa calculatrice, mais il a oublié la valeur de la constante c .
De plus il n'a pas gradué les axes sur l'écran !

Pour retrouver la valeur de la constante c , il n'a qu'un indice :
Il a remarqué, sur le graphique, que deux longueurs sont égales.



Quelle est la valeur de la constante c ?

(On pourra commencer par trouver l'abscisse du sommet, puis écrire une équation avec son ordonnée)

III/ Sans coordonnées. (7 points)

Soit un parallélogramme ABCD de centre O, avec $AB = 8$, $AC = 12$ et $BC = 6$ (en centimètres)
On note I, J, K les points définis par :

$$\vec{BI} = \frac{2}{3} \vec{BC}$$

$$\vec{AJ} = \frac{1}{4} \vec{AD}$$

$$\vec{CK} = -\frac{1}{2} \vec{CD}$$

1°) Faire une figure.

2°) Démontrer que $\vec{AK} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \vec{AD}$

3°) Exprimer \vec{AI} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .

4°) Démontrer que les vecteurs \vec{AK} et \vec{AI} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points A, I, K ?

5°) Exprimer \vec{OJ} et \vec{OK} en fonction de \vec{AB} et \vec{AD} .

6°) Démontrer que les vecteurs \vec{OJ} et \vec{OK} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points O, J, K ?

IV/ Avec coordonnées. (3 points)

On se place dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec $A(-3 ; 1)$, $B(1 ; 2)$, $C(0 ; -1)$ et $D(-4 ; -2)$

1°) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2°) Démontrer que ABCD est un parallélogramme.

3°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point I milieu de [AB].

4°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point E tel que DICE soit un parallélogramme.

5°) Les points O, B, E sont-ils alignés ? Justifier.