Mercredi 16 mai 2018 1°S_3

Devoir de Mathématiques (1h50.)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(11 points)*

Partie A

Soit g définie sur **R** par : $g(x) = x^3 + 6x - 20$.

1°) Déterminer une expression de $g'(x)$ et en déduire les variations de g sur **R**.

2°) Calculer $g(2)$ et en déduire le signe de $g(x)$ en fonction de x.

Partie B

Soit f définie sur **R** par : $f(x) = \frac{x^3-5x^2}{x^2+2}$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1°) Démontrer que $f'(x)$ est du signe de $x \times g(x)$ sur **R**.

2°) En déduire les variations de f sur **R** et dresser son tableau de variations.

3°) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -1.

4°) Soit d définie sur **R** par : $d(x) = f(x) - (x - 5)$.
Déterminer le signe de $d(x)$ en fonction de x, en déduire la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D) d'équation $y = x - 5$.

5°) Tracer les droites (T) et (D) et la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2 ; 8]$.

Exercice 2 *(4 points)*

Le petit Nicolas joue à un jeu de cartes à collectionner sur son ordinateur.
Il reçoit régulièrement des cartes en cadeau.

1°) Une carte peut être : commune, rare, épique ou légendaire. (il n'y a pas d'autres possibilités)
Le petit Nicolas vient de recevoir une nouvelle carte, on note les événements suivants :

- C : « La carte est commune »
- R : « La carte est rare »
- E : « La carte est épique »
- L : « La carte est légendaire »

On connait les probabilités suivantes : $P(C) = \frac{4}{5}$, $P(R) = \frac{3}{20}$ et $P(E) = \frac{1}{25}$.
Quelle est la probabilité que Nicolas obtienne une carte légendaire ?

2°) De plus, toutes ces cartes peuvent être de qualité normale ou dorée. On note l'événement :

- N : « La carte est normale »

a) Que représente l'événement $\overline{N}$?

b) La probabilité que Nicolas obtienne une carte commune normale est $\frac{3}{4}$.
Quelle est la probabilité que Nicolas obtienne une carte commune dorée ?

c) La probabilité que Nicolas obtienne une carte dorée est $\frac{2}{25}$.
Quelle est la probabilité que Nicolas obtienne une carte non-commune ou dorée ?

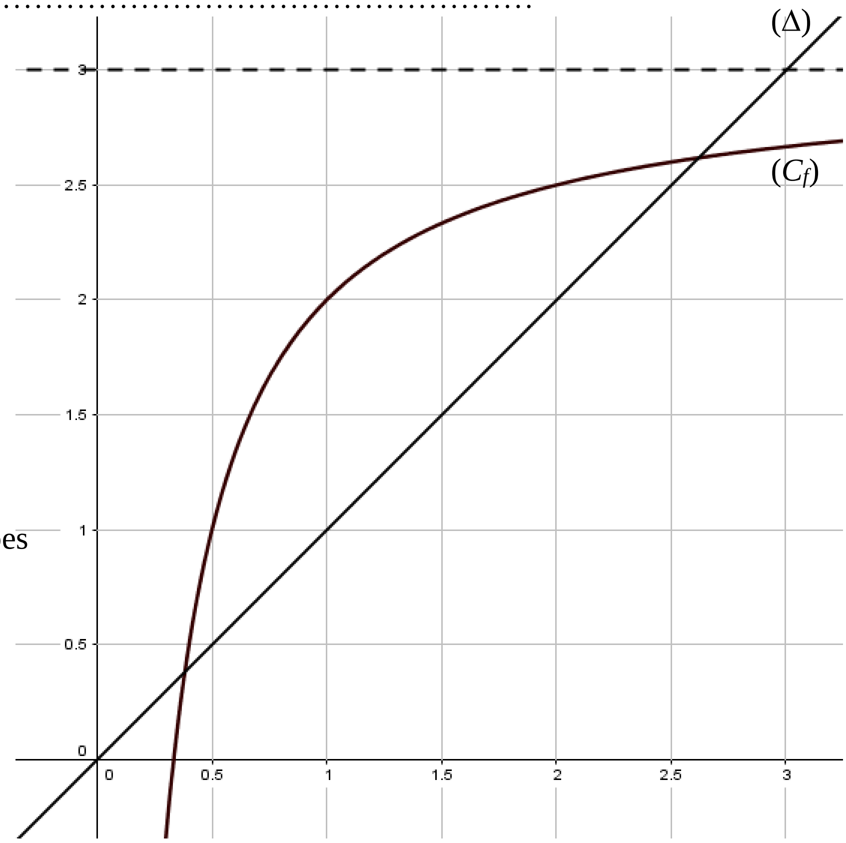
…/…

NOM et Prénom : ……………………………………………………………

Exercice 3 *(5 points)*

On définit deux suites u et v par :
$u_0 = ½$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$
$v_0 = ½$ et $v_{n+1} = g(v_n)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$

Les courbes (C_f) et (C_g) sont tracées ici, ainsi que la droite (Δ) : $y = x$.



1°) a) Expliquer la construction du cours permettant d'obtenir les points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses à partir du point $A_0(u_0\,;0)$ et des courbes (C_f) et (Δ).

b) Réaliser cette construction sur le graphique ci-contre.

c) La fonction f a pour équation :

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x}.$$

En déduire les valeurs exactes de u_1, u_2 et u_3.

2°) a) Construire ci-dessous, les points A'_1, A'_2 et A'_3 d'abscisses respectives v_1, v_2 et v_3 sur l'axe des abscisses à partir du point $A'_0(v_0\,; 0)$ et des courbes (C_g) et (Δ).
(Les traits de constructions serviront d'explication ici)

b) Sachant que (C_g) est une hyperbole de centre $\Omega(3\,;2)$, déterminer l'expression de $g(x)$ en fonction de x.

c) En déduire la valeur exacte de v_1.