Jeudi 25 janvier 2018 Term S_3

DEVOIR de Mathématiques (1h50)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(10 points)*

Le petit Nicolas joue à un jeu vidéo dans lequel il reçoit chaque jour une caisse en cadeau.

Dans cette caisse il trouve un objet qui peut-être :

- soit une arme,
- soit une tenue,
- soit un sac.

Chacun d'entre eux pouvant être :

- soit commun,
- soit rare.

Il a remarqué :

- Qu'il obtenait un sac dans la moitié des caisses.
- Qu'il obtenait une tenue dans 30 % des caisses.
- Que lorsque l'objet est une arme, elle est commune neuf fois sur dix.
- Que lorsque l'objet est une tenue, elle est commune huit fois sur dix.
- Que l'objet le plus courant est le sac commun qu'il trouve 30 % du temps.

On note les événements suivants :

- C : L'objet trouvé est commun.
- A : L'objet trouvé est une arme.
- T : L'objet trouvé est une tenue.
- S : L'objet trouvé est un sac.

1°) Déterminer la probabilité d'obtenir une arme.

2°) Déterminer la probabilité d'obtenir une tenue commune.

3°) Montrer que la probabilité d'obtenir un objet commun est égal à 0,72.

4°) Le petit Nicolas a obtenu un objet rare, quelle est la probabilité que ce soit une arme ?

5°) Pour Noël, le jeu a offert 5 caisses indépendantes les unes des autres.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une arme ?
b) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux armes ?

6°) Les sacs contiennent des pièces :

- Le sac commun contient 5 pièces d'or.
- Le sac rare contient 20 pièces d'or.

Par contre, les armes et les tenues ne rapportent pas de pièces d'or…

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces d'or reçues à l'ouverture de la caisse.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Déterminer l'espérance mathématique de X

(Dans tout l'exercice on donnera des valeurs décimales exactes ou des valeurs approchées à 10^{-3} près)

…/…

<u>Exercice 2</u> *(10 points)*

Partie A

Soit g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = (6x - 1)\, e^{2x} - 3$.

1°) Déterminer la limite de g en $+\infty$.

2°) En remarquant que l'on peut écrire : $g(x) = 3\,(2x\, e^{2x}) - e^{2x} - 3$, déterminer la limite de g en $-\infty$.

3°) Déterminer les variations de g et dresser son tableau de variations complet.

4°) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur **R**.
Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

5°) En déduire le signe de $g(x)$ sur **R** en fonction de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 3x}{e^{2x} + 1}$
On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2°) À l'aide d'une factorisation judicieusement choisie, déterminer la limite de f en $+\infty$.
Que peut-on en déduire pour (C_f) ?

3°) Démontrer que $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ sur **R**.
En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

4°) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

5°) Tracer la droite (T) et la courbe (C_f) dans un repère orthonormé. (unité : 2 cm)