

**Interrogation de Mathématiques (55 min.)***(Calculatrice autorisée)**Sujet 1***Exercice 1** (4 points)Soient les nombres complexes  $z = 3 - 2i$  et  $z' = 1 + 3i$ , calculer :

$$z_1 = (z + 2)(z' + 2i) \qquad z_2 = z^2 + \frac{1}{z'} \qquad z_3 = \frac{\bar{z} + i}{z' - 1}.$$

**Exercice 2** (6 points)Résoudre dans  $\mathbf{C}$  les équations suivantes :

(E<sub>1</sub>) :  $3z + i = iz - 2.$

(E<sub>2</sub>) :  $3z^2 + 2z + 1 = 0.$

(E<sub>3</sub>) :  $z^2 + 1 + i = \bar{z}^2 + z.$

**Exercice 3** (5 points)On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 4$  et pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 2.$ On cherche une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  par deux méthodes différentes.**1°) 1<sup>ère</sup> méthode.**Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n = 12 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n - 8.$ **2°) 2<sup>ème</sup> méthode.**Soit  $(v_n)$  la suite définie par :  $v_n = u_n + 8$  pour tout entier naturel  $n$ .Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera les éléments caractéristiques.En déduire l'expression de  $v_n$ , puis de  $u_n$ , en fonction de  $n$ .**Exercice 4** (5 points)Déterminer la limite des suites définies sur  $\mathbf{N}$  par :

$$u_n = n + 1 - \sqrt{n}.$$

$$v_n = (n^2 + 2)(1 - \sqrt{n}).$$

$$w_n = \frac{1 - n^2}{n^2 + 3}.$$

$$x_n = n - \sqrt{n^2 + 4}.$$

**Interrogation de Mathématiques (55 min.)***(Calculatrice autorisée)**Sujet 2***Exercice 1** (4 points)Soient les nombres complexes  $z = 3 + 2i$  et  $z' = 1 - 3i$ , calculer :

$$z_1 = (z + 2)(z' + 2i) \qquad z_2 = z^2 + \frac{1}{z'} \qquad z_3 = \frac{\bar{z} - i}{z' - 1}.$$

**Exercice 2** (6 points)Résoudre dans  $\mathbf{C}$  les équations suivantes :

(E<sub>1</sub>) :  $3z - i = iz + 2.$

(E<sub>2</sub>) :  $3z^2 - 2z + 1 = 0.$

(E<sub>3</sub>) :  $z^2 + 1 - i = \bar{z}^2 + z.$

**Exercice 3** (5 points)On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 8$  et pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 2.$ On cherche une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  par deux méthodes différentes.**1°) 1<sup>ère</sup> méthode.**Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n = 16 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n - 8.$ **2°) 2<sup>ème</sup> méthode.**Soit  $(v_n)$  la suite définie par :  $v_n = u_n + 8$  pour tout entier naturel  $n$ .Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera les éléments caractéristiques.En déduire l'expression de  $v_n$ , puis de  $u_n$ , en fonction de  $n$ .**Exercice 4** (5 points)Déterminer la limite des suites définies sur  $\mathbf{N}$  par :

$$u_n = n + 2 - \sqrt{n}.$$

$$v_n = (n^2 + 1)(2 - \sqrt{n}).$$

$$w_n = \frac{1 - n^2}{n^2 + 4}.$$

$$x_n = n - \sqrt{n^2 + 3}.$$