Jeudi 06 novembre 2017 Term S_3

Interrogation de Mathématiques (55 min.)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(4 points)*

Déterminer la limite de la suite définie sur **N** par : $u_n = 2n - \sqrt{4n^2 + 3n}$.
(On utilisera l'expression conjuguée **et** une factorisation par n)

Exercice 2 *(16 points)*

Partie A

Soit u la suite définie par : $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}$.

1°) Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, placer sur l'axe des abscisses les points d'abscisse u_0, u_1, u_2 et u_3 en expliquant la méthode utilisée.

2°) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $2 \leq u_n \leq 8$.

3°) Démontrer que la suite u est décroissante.

4°) En déduire que la suite u est convergente.

5°) Soit ℓ la limite de la suite u, montrer que ℓ est solution de l'équation : $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = x$.
En déduire la valeur de ℓ.

Partie B

Soit v la suite définie par : $v_0 = -4$ et pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + \frac{1}{2}$.

1°) Placer sur l'axe des abscisses du repère précédent les points d'abscisse v_0, v_1, v_2 et v_3. (aucune explication n'est demandée ici)

2°) Soit w la suite définie par $w_n = v_n - 2$, pour tout entier naturel n.

a) Démontrer que w est une suite géométrique.
b) En déduire l'expression de w_n puis de v_n en fonction de n.

3°) En déduire la limite de la suite v.

4°) Pour tout entier naturel n, on pose :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n.$$

a) Déterminer une expression de S_n en fonction de n.
b) Que peut-on en déduire pour la convergence de la suite (S_n) ?