

Interrogation de Mathématiques (55 min.)*(Calculatrice autorisée)***Exercice 1** (8 points)

ABCDEFGH est un cube

I, J et K sont tels que :

- $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DH}$
- J milieu de [CD]
- K milieu de [BF]

Compléter directement sur le sujet.

Ne pas reproduire la figure !

1°) On admet que les droites (IJ) et (CG) ne sont pas parallèles, justifier qu'elles sont alors sécantes, on note L leur point d'intersection. Placer L sur la figure.

2°) On admet que les droites (KL) et (BC) ne sont pas parallèles, justifier qu'elles sont alors sécantes, on note M leur point d'intersection. Placer M sur la figure.

3°) Compléter la section du cube ABCDEFGH par le plan (IJK) en justifiant la construction. (En particulier : nommer et expliquer tout nouveau point construit)

4°) Construire, en justifiant la méthode, l'intersection du plan (IJK) avec la droite (DF).

5°) Construire, en justifiant la méthode, l'intersection du plan (IJK) avec la droite (AG).

Exercice 2 (12 points)

Calculer, en détaillant et justifiant, les intégrales suivantes :

$$1^\circ) I_1 = \int_1^2 \left(\frac{x^3}{2} - \frac{6}{x^3} + 1 \right) dx$$

$$2^\circ) I_2 = \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$3^\circ) I_3 = \int_{-1}^2 (2x - 1)^3 dx$$

$$4^\circ) I_4 = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^{-x}-2} dx$$

$$5^\circ) I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx$$

$$6^\circ) I_6 = \int_0^1 \frac{x}{(x^2+2)^2} dx$$

