

DEVOIR de Mathématiques (1h50)
(Calculatrice autorisée)

I/ Cours. (1 points)

Ecrire la forme canonique du polynôme P défini sur \mathbf{R} par : $P(x) = 3x^2 - 4x + 3$.

II/ Quatrième degré. (4 points)

On souhaite résoudre dans \mathbf{R} , l'équation du 4^{ème} degré suivante :

$$(E) : 2x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 2x - 3 = 0.$$

1°) Justifier que l'équation (E) équivaut à l'équation (E') : $2a^2 - 3a - 2 = 0$ où $a = (x + 1)^2$.

2°) Résoudre dans \mathbf{R} l'équation (E').

3°) En déduire la résolution dans \mathbf{R} de l'équation (E).

III/ Enigme. (3 points)

Un homme dit à son fils :

« Aujourd'hui j'ai trois fois ton âge. Dans trois ans le produit de nos âges fera 864 »

1°) Soit x l'âge du fils aujourd'hui, montrer que x est solution de l'équation (E) : $x^2 + 4x - 285 = 0$.

2°) Résoudre l'équation (E), en déduire l'âge du fils et de son père.

.../...

IV/ Sans coordonnées. (6,5 points)

Soit un parallélogramme AIDE de centre R, et G le point du plan tel que AGIR soit aussi un parallélogramme. On note L le milieu de [ID] et P, O, U les points définis par :

- $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$
- $\overrightarrow{IO} = 3\overrightarrow{ID}$
- $\overrightarrow{DU} = \frac{1}{4}\overrightarrow{ED}$

1°) Faire une figure en prenant AI = 6 cm, AE = 4 cm et EI = 5 cm.

2°) Exprimer, en justifiant, les vecteurs \overrightarrow{RP} et \overrightarrow{RO} en fonction de \overrightarrow{RD} et \overrightarrow{RI}

3°) Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{RP} et \overrightarrow{RO} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points P, R, O ?

4°) Démontrer que : $\overrightarrow{GU} = \frac{9}{4}\overrightarrow{RD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{RI}$.

5°) Exprimer de même, en justifiant, \overrightarrow{GL} en fonction de \overrightarrow{RD} et \overrightarrow{RI}

6°) Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{GL} et \overrightarrow{GU} sont colinéaires.

Que peut-on en déduire pour les points G, L, U ?

V/ Avec coordonnées. (5,5 points)

On se place dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ avec A(-4 ; 4), B(4 ; 6), C(7 ; 0).

1°) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

3°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point E tel $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DC}$

4°) Justifier que les coordonnées du point F tel $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EB}$ sont $F\left(\frac{19}{4}; \frac{9}{8}\right)$.

5°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point I milieu de [AB].

Les points C, I, F sont-ils alignés ? Justifier.

6°) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point J milieu de [AI].

Les points C, J, F sont-ils alignés ? Justifier.