Interrogation de Spécialité Mathématique (55 min)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (3 points)

Dans une division euclidienne : Si on augmente le dividende de 8 et le diviseur de 2, alors le quotient et le reste demeurent inchangés.

Peut-on déterminer le dividende, le diviseur, le quotient ou le reste de cette division euclidienne ?

Exercice 2 (4 points)

Soit m et n deux entiers naturels.

- Le reste de la division euclidienne de *m* par 13 est 9.
- Le reste de la division euclidienne de *n* par 13 est 11.

Déterminer le reste de la division euclidienne de a, b, c et d par 13, où :

$$a = m + n$$
,

$$b=m-n$$
,

$$c = m \times n$$

$$d = m^2 - n^2$$
.

Exercice 3 (5 points)

Pour tout entier naturel *n*, on note : $u_n = 23^n + 2^{4n+3} - 3^{2(n+1)}$.

Démontrer, en utilisant les congruences, que pour tout entier naturel n, u_n est divisible par 7.

Exercice 4 (8 points)

- 1°) Combien de diviseurs positifs possède le nombre 12 ? En écrire la liste.
- **2**°) Déterminer tous les multiples de 12 inférieurs à 200 et ayant exactement 12 diviseurs positifs. Expliquer la méthode utilisée.