Vendredi 20 septembre 2019 Term S_3

Interrogation de Mathématiques (55 min.)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(5 points)*

Soient les nombres complexes : $z = 1 + 2i$ et $z' = 3 - i$, écrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

1°) $z_1 = \bar{z} + i\,z'$.

2°) $z_2 = z \times z'$.

3°) $z_3 = \frac{z+i}{z'-1}$.

Exercice 2 *(4 points)*

Résoudre dans **C** les équations suivantes (on donnera les solutions sous forme algébrique) :

1°) $(E_1) : (2 + i)\,z + 1 = 3z - 4i$.

2°) $(E_2) : 2z^2 - 6z + 5 = 0$.

Exercice 3 *(2 points)*

À l'aide d'une formule du cours, calculer :

$$S = 2 - 6 + 18 - 54 + \dots - 2\times3^9 + 2\times3^{10}.$$

Exercice 4 *(5 points)*

1°) Soit u la suite définie par : $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\,u_n + 1$ pour tout $n\in\mathbf{N}$.

Construire, en détaillant la méthode utilisée, sur l'axe des abscisses, les points d'abscisse u_0, u_1, u_2 et u_3.

2°) Soit v la suite définie par : $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = -\frac{1}{2}\,v_n + 1$ pour tout $n\in\mathbf{N}$.

Dans un autre repère, construire sans justifier, sur l'axe des abscisses, les points d'abscisse v_0, v_1, v_2 et v_3.

Exercice 5 *(4 points)*

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2.$$