Lundi 19 mai 2021 Terminale Spé Maths 1

Interrogation (55 min)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(12 points)*

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = \frac{2\sin(x)}{2+\cos(x)}$

1°) Justifier que f est bien définie sur **R** et périodique de période 2π.

2°) Etudier la parité de f.

3°) Expliquer comment on peut obtenir la courbe (C_f) représentative de f à partir de sa représentation sur l'intervalle $I = [0 ; \pi]$.

4°) Soit f' la fonction dérivée de f, démontrer que sur I, $f'(x)$ a le même signe que $(2\cos(x) + 1)$.

5°) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations sur I.

6°) Tracer la courbe (C_f) sur $[-2\pi ; 2\pi]$. (unité graphique : 1 cm)

7°) Déterminer une primitive F de f sur I.

8°) En déduire l'aire en cm^2 du domaine du plan compris entre la courbe (C_f) et l'axe des abscisses entre 0 et π.

Exercice 2 *(3 points)*

Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_0^1 \frac{x^3}{(x^4+1)^2}\,dx$

Exercice 3 *(5 points)*

Soit les équations différentielles :

- $(E) : y' + 3y = x\,e^{-x}$
- $(E_0) : y' + 3y = 0$

1°) Soit p une fonction solution particulière de l'équation (E), démontrer que la fonction f est une solution générale de (E) si et seulement si la fonction $h = f - p$ est une solution de (E_0).

2°) Déterminer les fonctions h solutions de l'équation différentielle homogène (E_0) sur **R**.

3°) Déterminer les réels α et β tels que la fonction p définie par : $p(x) = (\alpha\, x + \beta)\, e^{-x}$ soit une solution particulière de (E).

4°) En déduire les fonctions f solutions de (E) sur **R**.