NOM et Prénom : ……………………………………………………………….
Jeudi 30 septembre 2021 Terminale Spé Maths 6

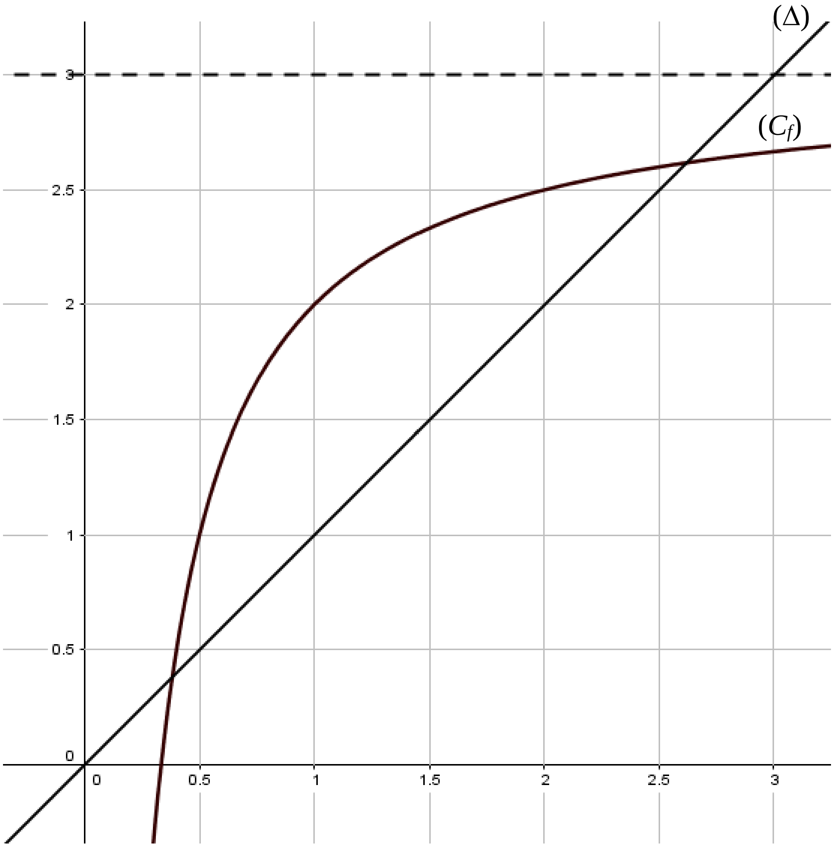
Interrogation (55 min)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(4 points)*

Soit u la suite définie par :
$u_0 = ½$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$

La courbe (C_f) est tracée ici, ainsi que la droite (Δ) : $y = x$.



1°) Expliquer en détail la méthode permettant d'obtenir les points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses à partir du point $A_0(u_0 ; 0)$ et des courbes (C_f) et (Δ).

2°) Réaliser cette construction sur le graphique ci-contre.
(Laisser les traits de construction)

3°) La fonction f a pour équation :

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x}.$$

En déduire les valeurs exactes de u_1, u_2 et u_3.

Exercice 2 *(6 points)*

Soit u la suite définie par : $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_{n+1} = 3 - \frac{1}{2} u_n$

1°) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbf{N}$, $0 \leq u_n \leq 3$.

2°) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = 2 + \frac{1}{(-2)^n}$

Exercice 3 *(10 points)*

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n^2+1}$

2°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{n} - 2\right)(2 - n)$

3°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(2 + \sqrt{n}\right)(1 - n^2)$

4°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{4n^2 - 1}{n^2 + 4}$

5°) $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 - 3n - 2\sqrt{n}$

6°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{2n+5} - \sqrt{2n+1}$