Lundi 4 avril 2022 Terminale Spé Maths 6

Interrogation (55 min)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(5 points)*

Soient les points A(1 ; 2 ; 3), B(4 ; 5 ; 6) et C(2 ; 1 ; 0) dans un repère orthonormé de l'espace.

1°) Calculer les longueurs AB et AC.

2°) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

3°) En déduire la valeur exacte de $\cos(\widehat{BAC})$,
puis une mesure approchée à 0,1° près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 2 *(3 points)*

Soient les points A(1 ; 2 ; 3), B(2 ; 2 ; 2) et C(1 ; 0 ; –2) dans un repère orthonormé de l'espace.

1°) Démontrer que le vecteur $\vec{n}(2 ; -5 ; 2)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

2°) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 3 *(4 points)*

Soient le points A(1 ; 2 ; 3) et le plan $(P) : 4x - 3z - 5 = 0$ dans un repère orthonormé de l'espace.

1°) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (D) passant par A et orthogonale à (P).

2°) En déduire les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan (P).

3°) Déterminer la distance du point A au plan (P).

Exercice 4 *(8 points)*

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère :

- La droite (D) : $\begin{cases} x = & 1 - 2t \\ y = & 2t \\ z = & 2 + t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$
- Les plans $(P_1) : 3x - 2y + 2z - 3 = 0$, $(P_2) : x + 2y - 2z + 1 = 0$ et $(P_3) : -2x - 4y + 4z + 3 = 0$.

1°) Démontrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants. Déterminer les coordonnées de deux points d'intersections.

2°) Démontrer que les plans (P_2) et (P_3) sont parallèles. Sont-ils strictement parallèles ou confondus ?

3°) Démontrer que la droite (D) est sécante au plan (P_1). Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

4°) Démontrer que la droite (D) est parallèle au plan (P_2). (D) est-elle strictement parallèle au plan (P_2) ou est-elle incluse dans le plan (P_2) ?