NOM et Prénom : ……………………………………………………………………………………
Jeudi 29 septembre 2022 Term Spé Maths 4

Interrogation (55 min.)

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 *(4 points)*

1°) Soit u une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 4$.

a) Pour tout entier naturel n, donner une expression de u_n en fonction de n.
b) Calculer u_{50}.
c) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{50}$.

2°) Soit v une suite géométrique de premier terme $v_0 = 4$ et de raison $q = 3$.

a) Pour tout entier naturel n, donner une expression de v_n en fonction de n.
b) Calculer v_{10}.
c) Calculer : $S' = v_0 + v_1 + \ldots + v_{10}$.

Exercice 2 *(4 points)*

Soit u la suite définie par :
$u_0 = 3$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbf{N}$

La courbe (C_f) est tracée ici,
ainsi que la droite (Δ) : $y = x$.

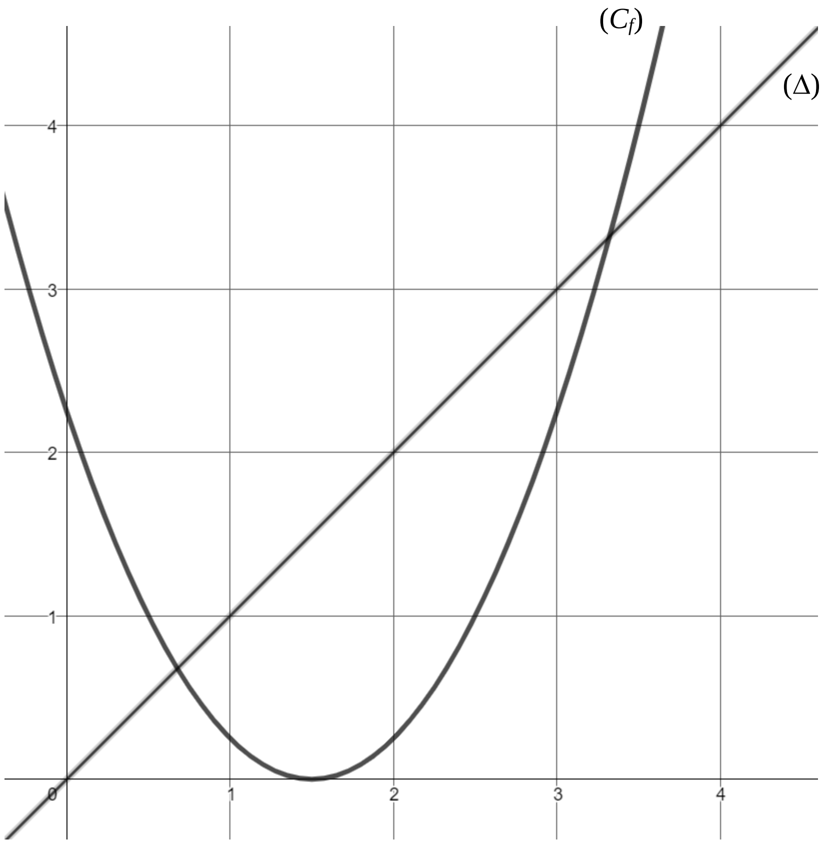
1°) Expliquer en détail la méthode permettant d'obtenir les points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses à partir du point $A_0(u_0\,;\,0)$ et des courbes (C_f) et (Δ).

2°) Réaliser cette construction sur le graphique ci-contre.
(**Laisser les traits de construction**)

3°) La fonction f a pour équation :

$$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2.$$

En déduire les valeurs exactes de u_1, u_2 et u_3.



…/…

Exercice 3 *(4 points)*

Soit u la suite définie sur **N** par : $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2\,u_n + \frac{n}{2}$.

1°) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \geq 2^n$.

2°) Que peut-on en déduire pour la limite de la suite u quand n tend vers $+\infty$?

Exercice 4 *(8 points)*

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{10}{n+1} - \sqrt{n}$

2°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{4 - n^2}{n^2 + 4}$

3°) $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 - 3n^2 - 2\sqrt{n}$

4°) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{3^n + 4}{4^n + 3}$

5°) $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 + \frac{(-1)^n}{n+1}$