Vendredi 2 décembre 2022 Term Spé Maths 4

**_Interrogation (55 min.)_**

(Calculatrice autorisée)

**Exercice 1** *(12 points)*

**Partie A**

Soit $g$ la fonction définie sur **R** par : $g(x) = 12\,x^3 - 22\,x^2 + 8\,x - 11$.

**1°)** Déterminer les limites de $g$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

**2°)** Etudier les variations de $g$.

**3°)** Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ sur **R**, en donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près.

**4°)** En déduire le signe de $g(x)$ en fonction de $x$.

**Partie B**

Soit $f$ la fonction définie sur **R** par : $f(x) = (4\,x^2 - 11\,x)\sqrt{x^2+1}$

**1°)** Déterminer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

**2°)** Justifier que $f$ est dérivable sur **R** et montrer que $f'(x)$ est du même signe que $g(x)$ sur **R**.

**3°)** En déduire les variations de $f$ et dresser son tableau de variations complet.

**Exercice 2** *(8 points)*

Soient $\alpha$ et $\beta$ deux réel et $f$ la fonction définie sur **R** par : $f(x) = \begin{cases} (x-\alpha)^2 & \text{si } x < 2 \\ \beta & \text{si } x = 2 \\ \frac{8-3x}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

**1°)** Déterminer les valeurs de $\alpha$ et $\beta$ pour que $f$ soit continue sur **R**.

**2°)** On suppose dans cette question que $\beta = 1$, c'est-à-dire que $f(2) = 1$.

a) Déterminer le nombre dérivé de $f$ en 2, à droite.
b) Si $\alpha = 1$, déterminer le nombre dérivé de $f$ en 2, à gauche.
c) Si $\alpha = 3$, déterminer le nombre dérivé de $f$ en 2, à gauche.
d) Que peut-on en conclure sur la dérivabilité de $f$ ?