Jeudi 18 janvier 2024 Terminale Spé Maths 3

Devoir (1h50)

Calculatrice autorisée

Exercice 1 *(9 points)*

Partie A

Soit P le polynôme défini sur $[0 ; +\infty[$ par : $P(x) = 8x^3 + 2x^2 - 8x - 1$.

1°) Etudier les variations de P et calculer la limite de P en $+\infty$.

2°) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0 ; +\infty[$.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3°) En déduire le signe de $P(x)$ en fonction de x sur $[0 ; +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{e^{x^2}}{4x^2 + x}$
On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer la limite de f en 0. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f) ?

2°) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3°) Démontrer que la fonction dérivée f' de f a le même signe que le polynôme P sur $]0 ; +\infty[$.
En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

4°) En utilisant l'encadrement de α d'amplitude 10^{-2} obtenu dans la partie A, déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 3.10^{-2}

Exercice 2 *(4 points)*

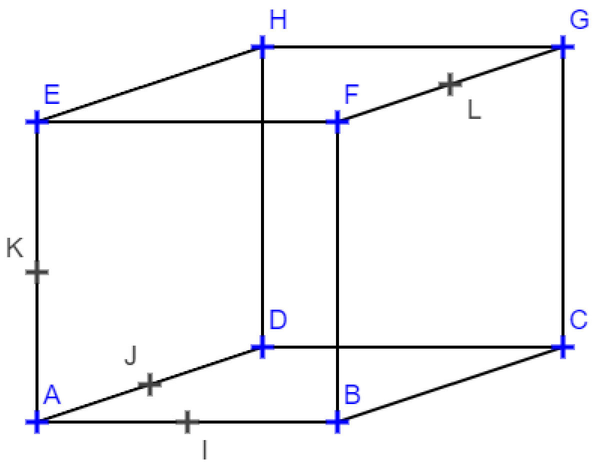
Soient les points A(0 ; 0 ; –2), B(5 ; 2 ; 2), C(1 ; 1 ; –1), D(3 ; 6 ; 2) et E(2 ; 1 ; –2) dans un repère de l'espace.

1°) Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

2°) Démontrer que les points A, B, C et E ne sont pas coplanaires.

…/…

Exercice 3 *(7 points)*



On considère un cube ABCDEFGH.

On note :

- I le milieu de [AB]
- J le milieu de [AD]
- K le milieu de [AE]
- L le milieu de [FG]

On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK})$.

1°) Indiquer, sans justifier, les coordonnées des points A, I, J, K.
Puis, toujours sans justifier, les coordonnées des points B, F, G, H.

2°) Déterminer, en justifiant, les coordonnées du point L.

3°) Justifier que : $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$,

est un système d'équations paramétriques de la droite (BH).

4°) Justifier que : $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = k \\ z = 2k \end{cases}$, $k \in \mathbf{R}$,

est un système d'équations paramétriques de la droite (IL).

5°) Démontrer que les droites (BH) et (IL) ne sont pas sécantes.
Les droites (BH) et (IL) sont-elles coplanaires ? (Justifier)

6°) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (JL).

7°) Démontrer que les droites (BH) et (JL) sont sécantes en un point N dont on donnera les coordonnées.
Les droites (BH) et (JL) sont-elles coplanaires ? (Justifier)