Devoir (1h50)
(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 (8 points)

Calculer, en détaillant, les intégrales suivantes :

(On donnera la valeur exacte **et** une valeur approchée à 10^{-3} de chaque résultat)

$$1^\circ) I = \int_1^2 \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

$$2^\circ) J = \int_0^1 x^2 (1 - x^3)^2 dx$$

$$3^\circ) K = \int_0^{\ln(2)} \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{3x} + 1}} dx$$

$$4^\circ) L = \int_2^4 \frac{dx}{x (\ln(x))^2}$$

Exercice 2 (3 points)

En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante :

(On donnera la valeur exacte **et** une valeur approchée à 10^{-3} du résultat)

$$I = \int_0^1 (2x + 1) e^{-x} dx$$

Exercice 3 (9 points)

Un sac contient 20 boules numérotées de différentes couleurs :

- 10 boules bleues numérotées de 1 à 10
- 6 boules blanches numérotées de 1 à 6
- 4 boules rouges numérotées de 1 à 4

On tire 3 boules du sac et on considère les événements suivants :

- A : On a tiré 3 boules bleues.
- B : On a tiré au moins une boule numéro 1.
- C : On a tiré 3 boules de 3 couleurs différentes.

Dans cet exercice, on ne donnera que des valeurs exactes et des fractions irréductibles.

1°) Les boules sont tirées successivement avec remise de la boule tirée avant le tirage de la suivante.
Calculer, en justifiant : $\text{Card}(\Omega_1)$, $P_1(A)$, $P_1(B)$ et $P_1(C)$.

2°) Les boules sont tirées successivement sans remise de la boule tirée.
Calculer, en justifiant : $\text{Card}(\Omega_2)$, $P_2(A)$, $P_2(B)$ et $P_2(C)$.

3°) Les boules sont tirées simultanément.
Calculer, en justifiant : $\text{Card}(\Omega_3)$, $P_3(A)$, $P_3(B)$ et $P_3(C)$.