

Devoir (1h50)
(Calculatrice interdite)

Concours Advance (4 points)

Répondre à ces QCM sans justifier, une ou plusieurs réponses sont possibles suivant les questions.
Barème : +0,5 point par question entièrement juste (pas de points négatifs)

Question 1

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 2}{x^2 - e^x + 1}$ est égale à

- a. 0
- b. $+\infty$
- c. 3
- d. -2
- e. 1

Question 2

Soit (u_n) une suite réelle. Alors

- a. si (u_n) est décroissante et minorée, (u_n) converge
- b. si (u_n) est bornée, (u_n) converge
- c. si (u_n) est croissante et majorée, (u_n) converge
- d. si (u_n) est croissante et non majorée, (u_n) diverge
- e. rien de ce qui précède

Question 3

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère la droite d passant par $A(2, -1, 1)$ et de vecteur

directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$. Alors

- a. $B(0, -2, 1) \in d$
- b. $B(0, 1, -2) \in d$
- c. $B(3, 1, -4) \in d$
- d. $B(1, -3, -6) \in d$
- e. rien de ce qui précède

Question 4

Soit $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + x - 20} \ln(1 - x^2)$. Alors le domaine de définition de f est

- a. $] -1, 1[$
- b. $] -\infty, -5] \cup [4, +\infty[$
- c. $\emptyset$
- d. $] -5, 4[$
- e. rien de ce qui précède

Question 5

Soit $f : x \mapsto \frac{e^{x^2}}{x}$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x)$ est égale à

a. $\frac{(2x-1)e^{x^2}}{x^2}$

b. e^{x^2}

c. $\frac{(x-1)e^{x^2}}{x^2}$

d. $\frac{(2x^2-1)e^{x^2}}{x^2}$

e. rien de ce qui précède

Question 6

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(1, -1, 2)$ et $B(2, 1, -1)$. Alors une équation paramétrique de la droite (AB) est

a. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$

b. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$

c. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$

d. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -t \\ z = 1 + 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$

e. rien de ce qui précède

Question 7

Soit $f : x \mapsto \sqrt{\ln(x)}$. Alors, pour tout $x \in]1, +\infty[$, $f'(x)$ est égale à

a. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{x}}}$

b. $\frac{1}{2\sqrt{\ln(x)}}$

c. $\frac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$

d. $-\frac{1}{2\sqrt{\ln(x)}}$

e. rien de ce qui précède

Question 8

Soient A et B deux événements quelconques de probabilités non nulles. Alors

a. $P_A(B) = P_B(A)$

b. $P_A(B) = \frac{P_B(A)P(A)}{P(B)}$

c. $P(A \cap B) = P_B(A)P(B)$

d. $P_A(B) = \frac{P_B(A)P(B)}{P(A)}$

e. rien de ce qui précède

Concours Puissance Alpha (4 points)

Un exercice comporte 4 affirmations repérées par les lettres a, b, c, d.

Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 point, une réponse inexacte entraîne le retrait de 0,25 point, l'absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et $u_{n+2} = 1,5u_{n+1} - 0,5u_n$.

(v_n) est la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_{n+1} - u_n$.

a) $v_0 = 1$ et $v_1 = 0,5$.

b) La suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,5$.

c) La suite (v_n) converge vers $L = 0$.

On donne le programme suivant :

```
from math import*

def prog(n):
    u_n=1
    u_n1=2
    u_n2=1.5*u_n1-0.5*u_n
    v_n=u_n1-u_n
    k=0
    while k<=n:
        k=k+1
        u_n=u_n1
        u_n1=u_n2
        u_n2=1.5*u_n1-0.5*u_n
        v_n=u_n1-u_n
    return v_n
```

d) prog(n) affiche la valeur de v_n .

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$$

et g la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = x + 2 - e^x$$

a) L'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0 ; +\infty[$.

b) $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$.

c) $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(x e^x + 1)^2}$.

d) f admet un minimum en $x = \alpha$.

Concours Avenir (4 points)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

Barème : 0,5 point par réponse exacte, -0,15 point par réponse fausse, une question non traitée n'apporte et ne retire aucun point.

Question 1

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{\pi^n}{e^n}$, on peut alors affirmer que :

- a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{\pi}{e}$

Question 2

Soit une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = u_n + \ln\left(\frac{1}{u_n^2 + 1}\right)$ et $u_0 \in \mathbb{R}$, on peut alors affirmer que :

- a. (u_n) est croissante b. (u_n) n'est pas monotone
c. (u_n) est décroissante d. le sens de variation de (u_n) dépend de u_0

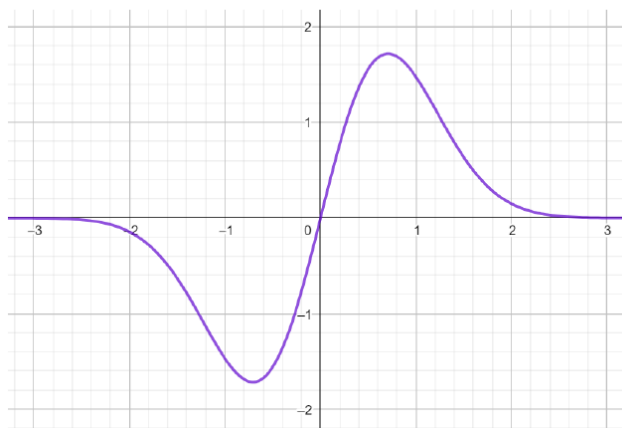
Question 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(8\pi)$. Alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

- a. $f'(x) = \frac{1}{\pi}$ b. $f'(x) = \frac{1}{8\pi}$ c. $f'(x) = 0$ d. $f'(x) = 8 \ln(\pi)$

Question 4

Soit une fonction f . On a représenté ci-dessous la courbe de sa fonction dérivée f' .



Courbe représentative de f'

On peut alors affirmer que :

- a. f impaire b. f admet un minimum en $x = 0$
c. f est convexe sur $[-2; 0]$ d. f est convexe sur $[0; 2]$

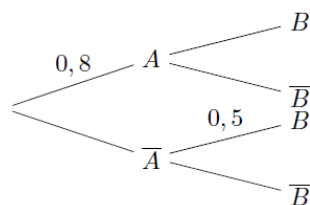
Question 5

Soient deux fonctions f et g définies et concaves sur $\mathbb{R}$. On peut alors affirmer que :

- a. $f \times g$ est convexe b. $f \times g$ est concave
c. $f \circ g$ est concave d. Sans autres informations, on ne peut rien conclure

Question 6

Soient deux évènements A et B avec $P(A \cap B) = 0,4$.

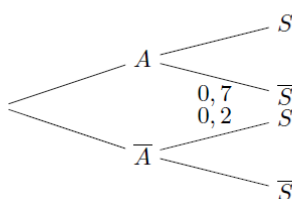


À partir de l'arbre pondéré ci-dessus, on peut affirmer que :

- a. $P(\bar{A} \cap B) = 0,7$ b. $P(A \cup \bar{B}) = 0,4$ c. $P(B) = 0,6$ d. $P_B(A) = 0,8$

Question 7

Soient deux évènements A et S avec $P(S) = 0,24$.

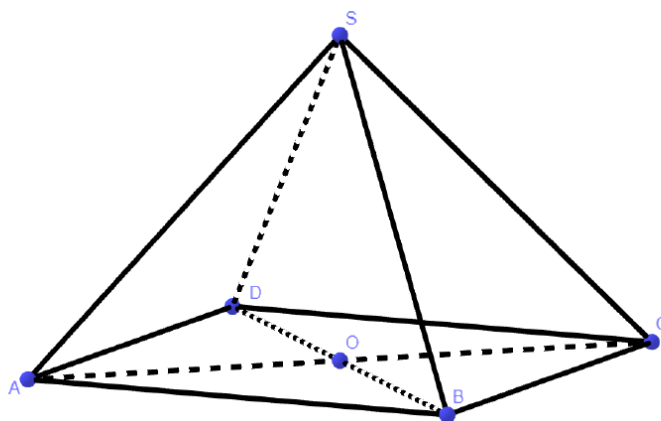


À partir de l'arbre pondéré ci-dessus, on peut affirmer que :

- a. $P(A) = 0,25$ b. $P(A \cap \bar{S}) = 0,28$ c. $P_A(S) = 0,4$ d. $P(\bar{A}) > P(\bar{S})$

Question 8

on considère la pyramide ci-dessous $SABCD$, à base carrée, de sommet S dont toutes les arêtes ont la même longueur. Le point O est le centre du carré $ABCD$. On suppose que : $OA = OB = OS = 1$. On munit l'espace du repère orthonormé $(O; \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OS})$.



Parmi les propositions suivantes, laquelle est correcte ?

- a. l'intersection des plans (SAB) et (SCD) est le point S b. l'intersection des plans (SAB) et (SCD) est le plan (ABC)
c. l'intersection des plans (SAB) et (SCD) est la droite (SO) d. l'intersection des plans (SAB) et (SCD) est la droite passant par S et parallèle à (AB)

Concours ACCES (4 points)

Chaque question comporte quatre items, notés A) B) C) D). Pour chaque item, vous devez signaler s'il est vrai ou faux .

Barème : +0,4 point par réponse exacte, -0,1 point par réponse fausse, de plus, +0,4 si les réponses aux quatre items d'une même question sont correctes.

Question 1

Une famille est composée des parents (Yves et Véronique) et de leurs quatre enfants (Louis, Simon, Pierre et Élise). Les 6 personnes viennent de se peser.

Pierre pèse plus que sa mère. Louis pèse la moitié du poids de Véronique. Élise pèse plus que Louis et pèse moins que Simon. Le poids de Simon est le tiers du poids de son père qui pèse plus que son épouse.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A. Louis a le poids le plus faible de la famille.
- B. Dans la famille, Yves a le poids le plus élevé.
- C. Le poids d'Yves est égal à une fois et demie celui de sa femme.
- D. Simon et Élise réunis pèsent plus que leur père.

Question 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = x + \ln(-2x + 2)$. On désigne par D_f l'ensemble de définition de f .

- A. f est définie sur $]1; +\infty[$.
- B. $f'(x) = \frac{x}{x-1}$.
- C. f est concave sur D_f .
- D. f admet un maximum en 0.

Concours SESAME (4 points)

Pour chaque exercice, 4 réponses sont proposées, dont une seule est correcte
Barème : +0,5 point par réponse juste, 0 point par réponse fausse ou absente.

Exercice 1

Lors d'un salon, un vendeur de meubles propose à chacun de ses clients de choisir le type de remise à appliquer. Sachant que le taux de TVA est de 20%, quelle est l'offre la plus intéressante pour le client ?

- ☐ A Une remise de 10% sur le montant hors taxes de la facture, puis application de la TVA.
- ☐ B Une remise de 10% sur le montant TTC de la facture.
- ☐ C Une augmentation de 8% sur le total hors taxes de la facture, mais la TVA est offerte.
- ☐ D Aucune, les 3 propositions sont identiques.

Exercice 2

Thomas, en déplacement à La ville souhaite se rendre chez son cousin résidant à l'Autreville, distantes sur la carte de 3 cm. Il n'y a aucun moyen de transport entre les deux villes et il s'y rend à pied. Étant bon marcheur, sa vitesse de marche moyenne est de 7 km/h, il fait le trajet en 45 min. Quelle est l'échelle de sa carte ?

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| ☐ A 1/10000 | ☐ C 1/100000 |
| ☐ B 1/75000 | ☐ D 1/175000 |

Exercice 3

Pour trois plats du jour, deux desserts et un verre de vin à 3 € un client a payé 60 €. Pour quatre plats du jour, quatre desserts et deux verres de vin blanc à 4 € chacun, un autre client a payé 92 €. Combien coûtent un plat du jour et un dessert ?

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| ☐ A 16€ | ☐ C 21€ |
| ☐ B 18€ | ☐ D 28€ |

Exercice 4

x , y et z sont trois nombres entiers. Parmi les 4 affirmations suivantes trois sont vraies et une est fausse :

- affirmation 1 : x et y sont pairs.
- affirmation 2 : y et z ont même parité.
- affirmation 3 : x et z sont impairs.
- affirmation 4 : y est pair.

Quelle est l'affirmation qui est fausse ?

- | | |
|--|--|
| ☐ A x et y sont pairs. | ☐ C x et z sont impairs |
| ☐ B y et z ont même parité. | ☐ D y est pair. |

Exercice 5

Un camion met 3 heures pour effectuer une livraison entre deux villes à une vitesse moyenne de 75 km/h. Si l'on fait partir 3 camions en même temps pour le même trajet. Combien de temps mettront-ils pour effectuer cette livraison ?

☐ A 3 heures

☐ C 1 heure

☐ B 9 heures

☐ D 3 heures et 30 minutes

Exercice 6

Une école de commerce propose les deux enseignements en options pour la première année Marketing (M) et Transformation Digitale (TD). 55% des étudiants sont inscrits à M, 65% à TD et 15% à aucune des deux options. Quelle est le pourcentage des étudiants inscrits aux deux options ?

☐ A 35%

☐ C 55%

☐ B 40%

☐ D 15%

Exercice 7

Une application génère des coupons de réduction de manière aléatoire pour ses utilisateurs. Un utilisateur a une chance sur deux de recevoir un coupon de réduction le jour 1. S'il n'a pas reçu de coupon le jour 1, il a 3 chance sur 4 de recevoir un coupon de réduction le jour 2 sinon rien ne change. Quelle est le pourcentage d'utilisateurs recevant un coupon le jour 2 ?

☐ A 25%

☐ C 62,5%

☐ B 50%

☐ D 37,5%

Exercice 8

Sarah a décidé de repeindre son salon. Elle a choisi une peinture vendue uniquement en pots de 600 mL et pour obtenir un résultat parfait, prévoit de faire deux couches de peinture. La surface de couverture est de 18 m²/L. Les dimensions de son salon sont de 5 mètres de long sur 4,5 de large. La hauteur sous plafond est de 3 mètres. Son salon contient des ouvertures (fenêtres et portes) d'une surface totale de 4,50 m². Combien de pots de peinture doit-elle acheter ?

☐ A 5

☐ C 8

☐ B 6

☐ D 14

Concours Advance (4 points)

Pour chaque question, cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Barème : +0,5 / 0.

Question 1 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐	Question 5 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐
Question 2 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐	Question 6 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐
Question 3 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐	Question 7 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐
Question 4 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐	Question 8 a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

Concours Puissance Alpha (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Barème : + 0,5 / – 0,25.

Exercice 1		V	F
	<i>a</i>	☐	☐
	<i>b</i>	☐	☐
	<i>c</i>	☐	☐
	<i>d</i>	☐	☐

Exercice 2		V	F
	<i>a</i>	☐	☐
	<i>b</i>	☐	☐
	<i>c</i>	☐	☐
	<i>d</i>	☐	☐

Concours Avenir (4 points)

Pour chaque question, cocher l'unique bonne réponse.

Barème : + 0,5 / -0,15.

Question 1	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 2	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 3	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 4	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 5	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 6	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 7	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐
Question 8	a ☐	b ☐	c ☐	d ☐

Concours ACCES (4 points)

Pour chaque item, indiquer s'il est vrai (V) ou faux (F).

Barème : +0,4 / -0,1 avec +0,4 si les réponses aux quatre items d'une même question sont correctes.

Question 1		V	F
	A	☐	☐
	B	☐	☐
	C	☐	☐
	D	☐	☐

Question 2		V	F
	A	☐	☐
	B	☐	☐
	C	☐	☐
	D	☐	☐

Concours SESAME (4 points)

Pour chaque exercice, cocher l'unique bonne réponse.

Barème : +0,5 / 0.

Exercice 1	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 2	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 3	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 4	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 5	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 6	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 7	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐
Exercice 8	A ☐	B ☐	C ☐	D ☐